Caractérisation du rayonnement acoustique d'un haut-parleur monté sur une enceinte parallélépipédique.

Application à une barre de son

Thèse de doctorat présentée par **Vincent Roggerone.**

25 Janvier 2018

Jury :	**Alain BERRY**	rapporteur (GAUS)
	Didier CASSEREAU	rapporteur (CNRS)
	Philippe HERZOG	examinateur (CNRS)
	Thomas HÉLIE	examinateur (CNRS)
	Marc BONNET	examinateur (CNRS)
	Étienne CORTEEL	co-directeur (L-Acoustics)
	Xavier BOUTILLON	directeur (CNRS)

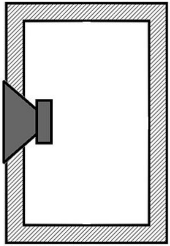
ÉCOLE DOCTORALE Sciences mécaniques et énergétiques, matériaux et géosciences (SMEMAG)

ANR-COORD 008 EDISON 3D

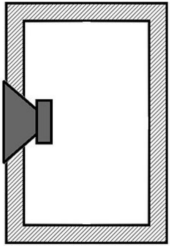
Projet ANR Edison 3D Coord 008

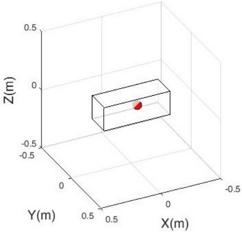
- But: démocratiser le son 3D.
- Système de restitution 3D chez le particulier: barre de son.
- Simuler, comprendre ...

Problématique

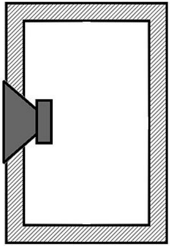


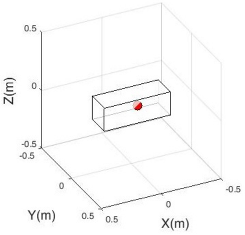
Problématique

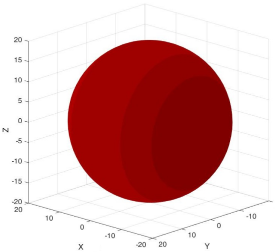




Problématique

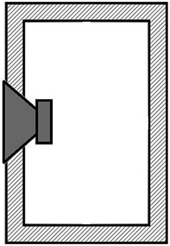


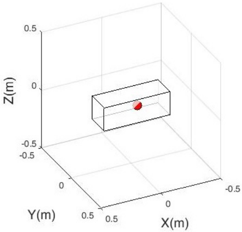


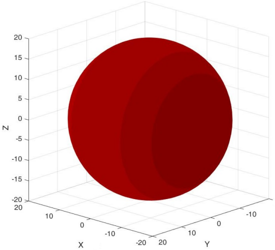


Basses fréquences

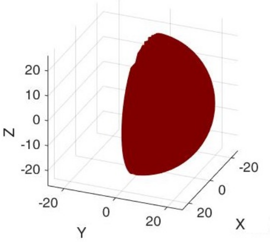
Problématique





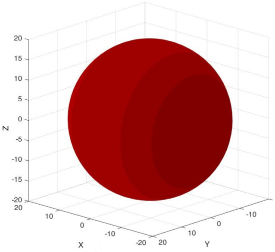


Basses fréquences

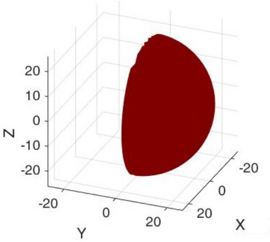


Hautes fréquences

Problématique

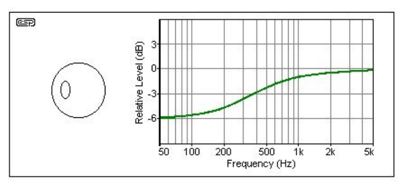


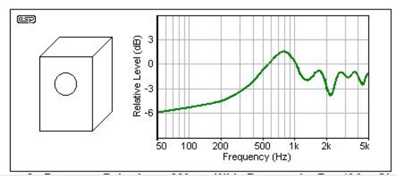
Basses fréquences



Hautes fréquences

Baffle Step Response [Olson, 1950] (courbes qualitatives)





Hypothèses

Haut-parleurs

- Linéaires
- Rigides
- Pas de couplage interne et entre haut-parleurs
- Pas de modélisation électro-dynamique

Enceinte

- Rigide

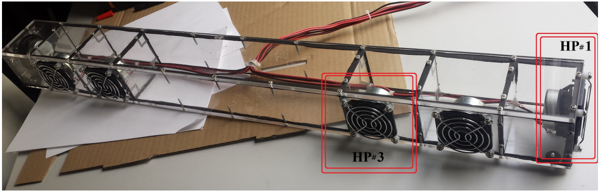
Intervalle fréquentiel

- 200 Hz - 3 kHz

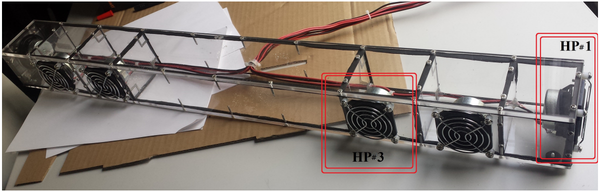
Table des matières

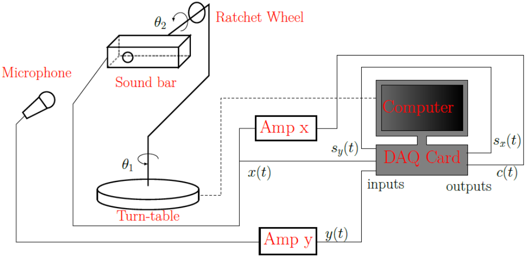
Tables des matières

Mesures: montage

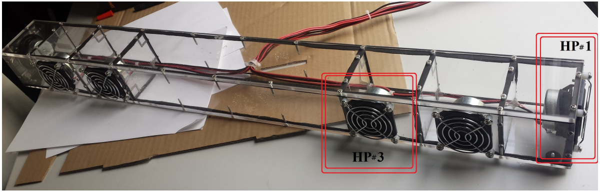


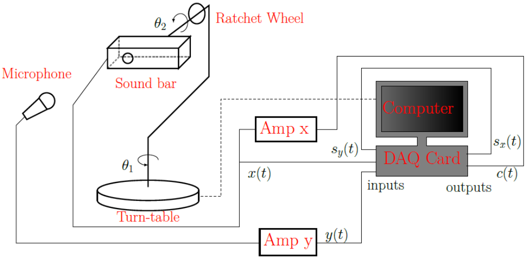
Mesures: montage





Mesures: montage



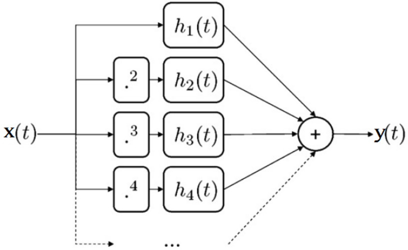


Mesures: traitement des données

- Sélection de la partie linéaire

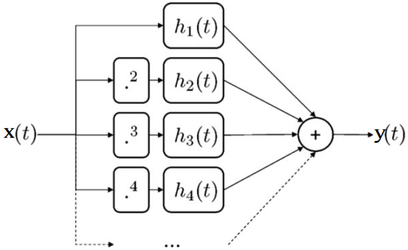
Mesures: traitement des données

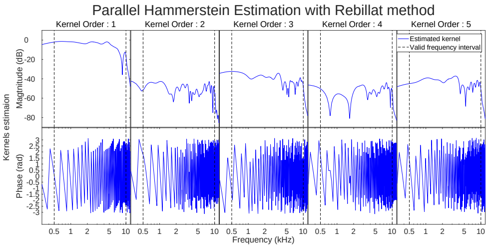
- Sélection de la partie linéaire



Mesures: traitement des données

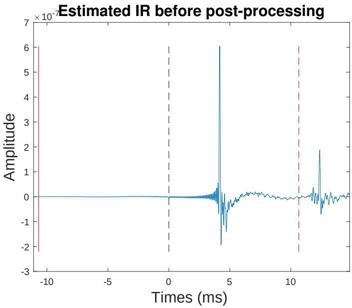
- Sélection de la partie linéaire





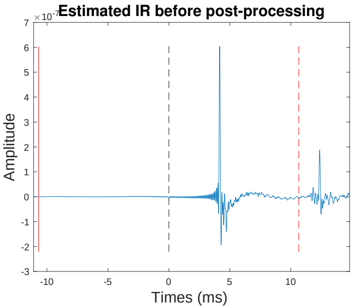
Mesures: traitement des données

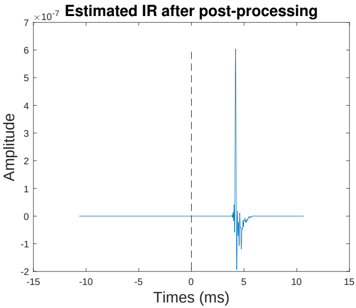
- Sélection de la partie linéaire
- Suppression de l'influence de la salle
- Suppression des effets de bords (temporels et fréquentiels)



Mesures: traitement des données

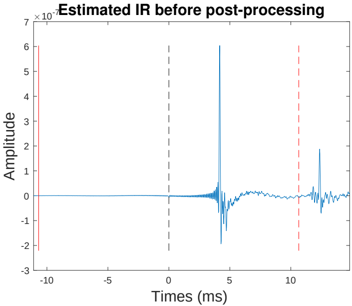
- Sélection de la partie linéaire
- Suppression de l'influence de la salle
- Suppression des effets de bords (temporels et fréquentiels)

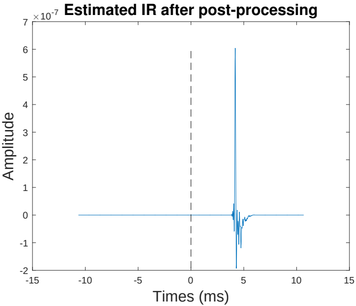




Mesures: traitement des données

- Sélection de la partie linéaire
- Suppression de l'influence de la salle
- Suppression des effets de bords (temporels et fréquentiels)

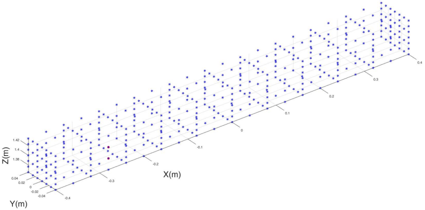




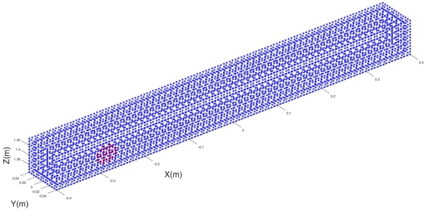
➢Mesures valides au dessus de 500 Hz
(comportement omnidirectionnel en dessous)

Éléments finis de frontière

Maillage



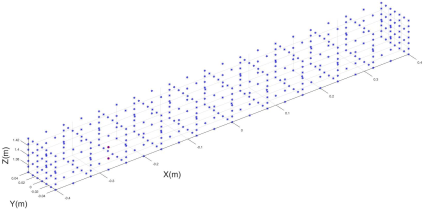
Basses fréquences



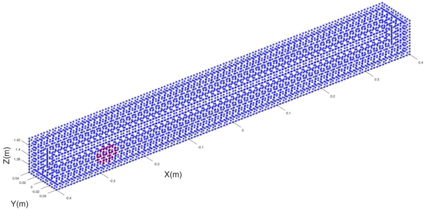
Hautes fréquences

Éléments finis de frontière

Maillage



Basses fréquences



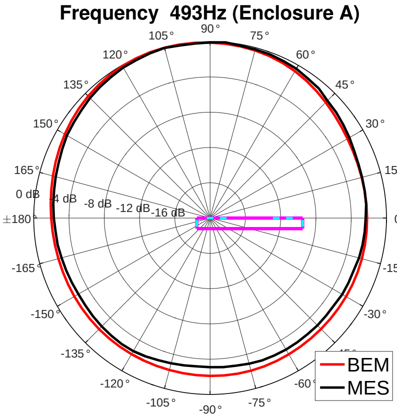
Hautes fréquences

Implémentation

- Code par Marc Bonnet (*ENSTA ParisTech*), implémenté en Matlab
- 10 éléments par longueur d'onde

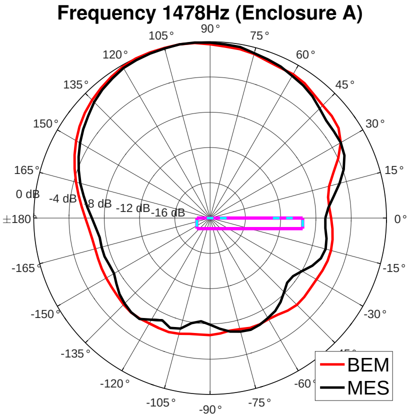
Résultats: directivité normalisée

HP#2



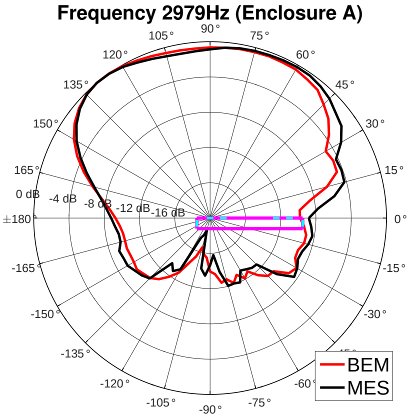
Résultats: directivité normalisée

HP#2



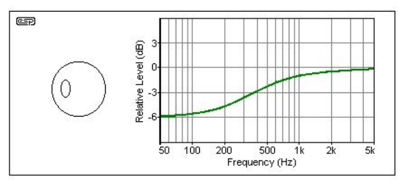
Résultats: directivité normalisée

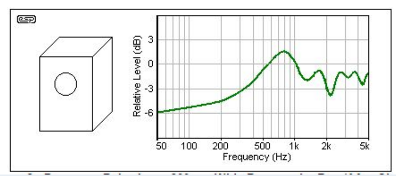
HP#2

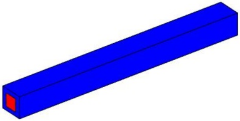


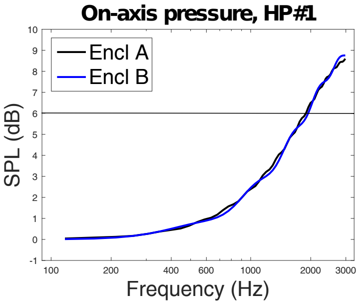
Discussion: réponse en fréquence dans l'axe

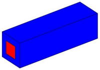
Baffle Step Response [Olson, 1950]





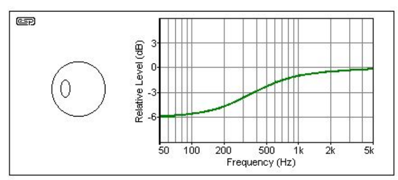


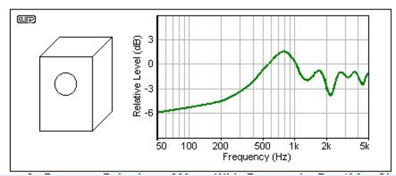


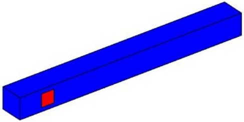


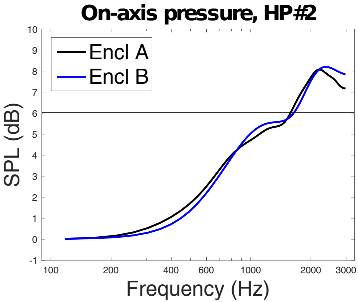
Discussion: réponse en fréquence dans l'axe

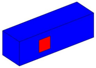
Baffle Step Response [Olson, 1950] (courbes qualitatives)





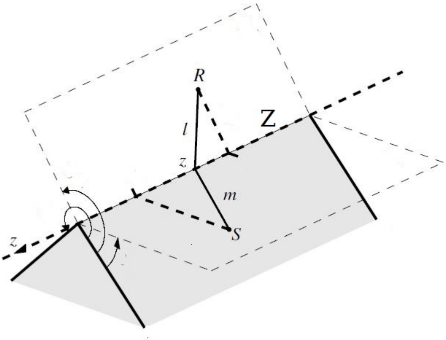






Tables des matières

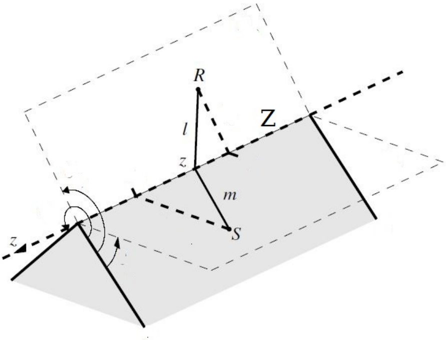
Diffraction par une arête



d'après Calamia & Svensson

$$\hat{p}_S = \hat{p}_{\text{direct}} + \hat{p}_{\text{reflec}} + \hat{p}_{\text{diffr}}$$

Diffraction par une arête



d'après Calamia & Svensson

$$\hat{p}_S = \hat{p}_{\text{direct}} + \hat{p}_{\text{reflec}} + \hat{p}_{\text{diffr}}$$

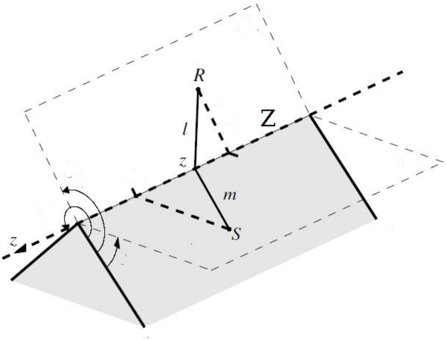
$$\hat{p}_{\text{direct}} = \frac{\mathrm{e}^{-jkr}}{r}$$

Si la source est sur la surface :

$$\hat{p}_{\text{reflec}} = \hat{p}_{\text{direct}}$$

$$\hat{p}_S = 2\hat{p}_{\text{direct}} + \hat{p}_{\text{diffr}}$$

Diffraction par une arête



d'après Calamia & Svensson

$$\hat{p}_S = \hat{p}_{\text{direct}} + \hat{p}_{\text{reflec}} + \hat{p}_{\text{diffr}}$$

$$\hat{p}_{\text{direct}} = \frac{\mathrm{e}^{-jkr}}{r}$$

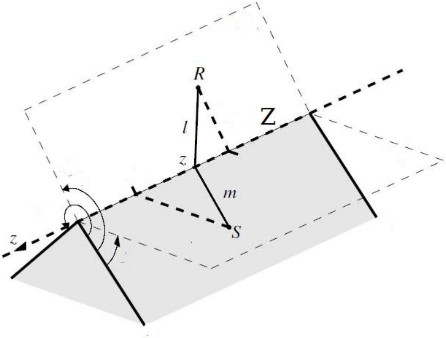
Si la source est sur la surface :

$$\hat{p}_{\text{reflec}} = \hat{p}_{\text{direct}}$$

$$\hat{p}_S = 2\hat{p}_{\text{direct}} + \hat{p}_{\text{diffr}}$$

$$\hat{p}^{(1)}_{\text{diffr}} \propto - \int_z \frac{\mathrm{e}^{-jk[m(z)+l(z)]}}{m(z)l(z)} \beta(R, z, S)\mathrm{d}z$$

Diffraction par une arête



d'après Calamia & Svensson

$$\hat{p}_S = \hat{p}_{\text{direct}} + \hat{p}_{\text{reflec}} + \hat{p}_{\text{diffr}}$$

$$\hat{p}_{\text{direct}} = \frac{e^{-jkr}}{r}$$

Si la source est sur la surface :

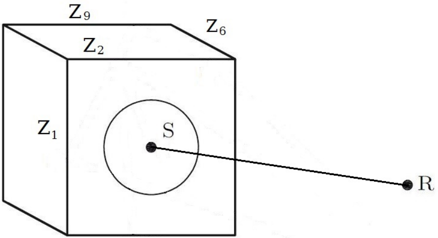
$$\hat{p}_{\text{reflec}} = \hat{p}_{\text{direct}}$$

$$\hat{p}_S = 2\hat{p}_{\text{direct}} + \hat{p}_{\text{diffr}}$$

$$\hat{p}^{(1)}_{\text{diffr}} \propto \underbrace{-}_{\text{soustraction}} \underbrace{\int_z}_{\text{somme}} \underbrace{\frac{e^{-jkm(z)}}{m(z)}}_{\substack{\text{prop}\\ S\to z}} \underbrace{\frac{e^{-jkl(z)}}{l(z)}}_{\substack{\text{prop}\\ z\to R}} \underbrace{\beta(R,z,S)}_{\substack{\text{directivité}\\ \text{généralisée}}} \mathrm{d}z$$

Principe: analogue aux méthodes des rayons

D'après Asheim & Svensson [Asheim & Svensson, 2013]



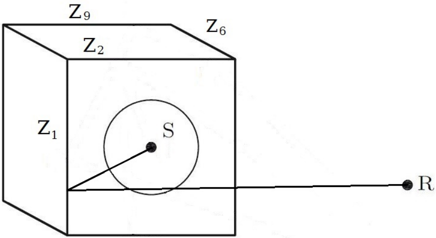
Sommes des contributions:

ordre 0: champ direct

R ← S

Principe: analogue aux méthodes des rayons

D'après Asheim & Svensson [Asheim & Svensson, 2013]



Sommes des contributions:

ordre 0: champ direct

R $\leftarrow$ S

ordre 1: champ provenant de la source et diffracté par les arêtes

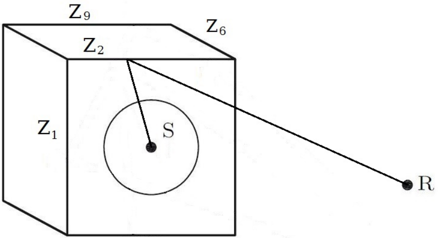
R $\leftarrow Z_1 \leftarrow$ S

R $\leftarrow Z_2 \leftarrow$ S

...

Principe: analogue aux méthodes des rayons

D'après Asheim & Svensson [Asheim & Svensson, 2013]



Sommes des contributions:

ordre 0: champ direct

R $\leftarrow$ S

ordre 1: champ provenant de la source et diffracté par les arêtes

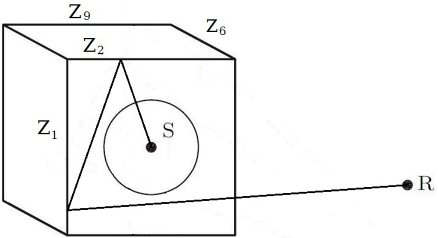
R $\leftarrow Z_1 \leftarrow$ S

R $\leftarrow Z_2 \leftarrow$ S

...

Principe: analogue aux méthodes des rayons

D'après Asheim & Svensson [Asheim & Svensson, 2013]



Sommes des contributions:

ordre 0: champ direct

R $\leftarrow$ S

ordre 1: champ provenant de la source et diffracté par les arêtes

R $\leftarrow Z_1 \leftarrow$ S

R $\leftarrow Z_2 \leftarrow$ S

...

ordre n: champ provenant des arêtes diffracté par celles-ci

order 2 : R $\rightarrow Z_1 \rightarrow Z_2 \rightarrow$ S

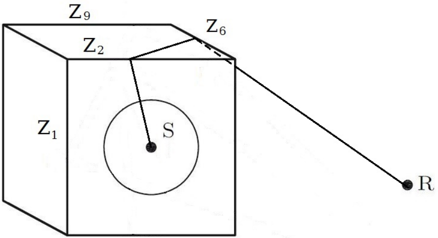
order 2 : R $\rightarrow Z_6 \rightarrow Z_2 \rightarrow$ S

order 3 : R $\rightarrow Z_2 \rightarrow Z_9 \rightarrow Z_2 \rightarrow$ S

...

Principe: analogue aux méthodes des rayons

D'après Asheim & Svensson [Asheim & Svensson, 2013]

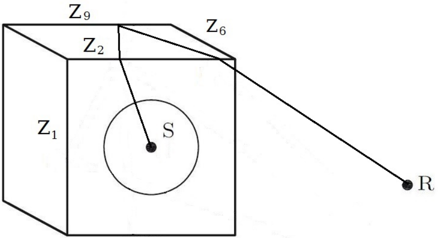


Sommes des contributions:

ordre 0: champ direct
R $\leftarrow$ S
ordre 1: champ provenant de la source et diffracté par les arêtes
R $\leftarrow Z_1 \leftarrow$ S
R $\leftarrow Z_2 \leftarrow$ S
...
ordre n: champ provenant des arêtes diffracté par celles-ci
order 2 : R $\rightarrow Z_1 \rightarrow Z_2 \rightarrow$ S
order 2 : R $\rightarrow Z_6 \rightarrow Z_2 \rightarrow$ S
order 3 : R $\rightarrow Z_2 \rightarrow Z_9 \rightarrow Z_2 \rightarrow$ S
...

Principe: analogue aux méthodes des rayons

D'après Asheim & Svensson [Asheim & Svensson, 2013]



Sommes des contributions:

ordre 0: champ direct
R $\leftarrow$ S
ordre 1: champ provenant de la source et diffracté par les arêtes
R $\leftarrow Z_1 \leftarrow$ S
R $\leftarrow Z_2 \leftarrow$ S
...
ordre n: champ provenant des arêtes diffracté par celles-ci
order 2 : R $\rightarrow Z_1 \rightarrow Z_2 \rightarrow$ S
order 2 : R $\rightarrow Z_6 \rightarrow Z_2 \rightarrow$ S
order 3 : R $\rightarrow Z_2 \rightarrow Z_9 \rightarrow Z_2 \rightarrow$ S
...

Formulation en opérateurs (ordre 2 et plus)

$$
\begin{aligned}
\hat{p}^{(2)}_{\text{diffr}} &= \mathcal{I}_{\text{ext}}\{q^{(1,0)}\} \\
\hat{p}^{(3)}_{\text{diffr}} &= \mathcal{I}_{\text{ext}}\{\mathcal{I}_{+}\{q^{(1,0)}\}\} \\
\hat{p}^{(4)}_{\text{diffr}} &= \mathcal{I}_{\text{ext}}\{\mathcal{I}_{+}(\mathcal{I}_{+}\{q^{(1,0)}\}\}\}
\end{aligned}
$$

Formulation en opérateurs (ordre 2 et plus)

$$
\begin{aligned}
\hat{p}^{(2)}_{\text{diffr}} &= \mathcal{I}_{\text{ext}}\{q^{(1,0)}\} \\
\hat{p}^{(3)}_{\text{diffr}} &= \mathcal{I}_{\text{ext}}\{\mathcal{I}_{+}\{q^{(1,0)}\}\} \\
\hat{p}^{(4)}_{\text{diffr}} &= \mathcal{I}_{\text{ext}}\{\mathcal{I}_{+}(\mathcal{I}_{+}\{q^{(1,0)}\}\}\}
\end{aligned}
$$

$$
R \textcolor{red}{\leftarrow} Z \leftarrow Z \leftarrow Z \leftarrow \cdots \leftarrow Z \leftarrow \overbrace{Z \leftarrow Z \leftarrow Z}^{\mathcal{I}_{+}} \textcolor{blue}{\leftarrow} S
$$

$$
q^{(1,0)}
$$

$$
q^{(2,1)} = \mathcal{I}_{+}\{Z, q^{(1,0)}\}
$$

$\textcolor{blue}{\leftarrow}$: pressure radiated from source to edge

$\leftarrow$: pressure radiated from edge to edge

$\textcolor{red}{\leftarrow}$: pressure radiated from edge to exterior domain

Formulation en opérateurs (ordre 2 et plus)

$$\hat{p}^{(2)}_{\text{diffr}} = \mathcal{I}_{\text{ext}}\{q^{(1,0)}\}$$
$$\hat{p}^{(3)}_{\text{diffr}} = \mathcal{I}_{\text{ext}}\{\mathcal{I}_{+}\{q^{(1,0)}\}\}$$
$$\hat{p}^{(4)}_{\text{diffr}} = \mathcal{I}_{\text{ext}}\{\mathcal{I}_{+}(\mathcal{I}_{+}\{q^{(1,0)}\}\}\}$$

$$\overbrace{R \leftarrow Z \leftarrow Z}^{\hat{p}^{(n)}_{\text{diffr}} = \mathcal{I}_{\text{ext}}\{R,\, q^{(n-1,n-2)}\}} \leftarrow Z \leftarrow \cdots \leftarrow Z \leftarrow \overbrace{Z \leftarrow Z \leftarrow Z}^{\mathcal{I}_{+}} \leftarrow S$$

$$\underbrace{Z \leftarrow Z}_{q^{(n-1,n-2)}} \qquad \underbrace{Z \leftarrow S}_{q^{(1,0)}}$$

$$q^{(2,1)} = \mathcal{I}_{+}\{Z, q^{(1,0)}\}$$

$\leftarrow$: pressure radiated from source to edge

$\leftarrow$: pressure radiated from edge to edge

$\leftarrow$: pressure radiated from edge to exterior domain

Formulation en opérateurs (ordre 2 et plus)

$$\hat{p}^{(2)}_{\text{diffr}} = \mathcal{I}_{\text{ext}}\{q^{(1,0)}\}$$

$$\hat{p}^{(3)}_{\text{diffr}} = \mathcal{I}_{\text{ext}}\{\mathcal{I}_{+}\{q^{(1,0)}\}\}$$

$$\hat{p}^{(4)}_{\text{diffr}} = \mathcal{I}_{\text{ext}}\{\mathcal{I}_{+}(\mathcal{I}_{+}\{q^{(1,0)}\}\}\}$$

$$\overbrace{R \leftarrow \underbrace{Z \leftarrow Z}_{q^{(n-1,n-2)}}}^{\hat{p}^{(n)}_{\text{diffr}} = \mathcal{I}_{\text{ext}}\{R,\, q^{(n-1,n-2)}\}} \leftarrow Z \leftarrow \cdots \leftarrow Z \leftarrow \overbrace{Z \leftarrow Z \leftarrow \underbrace{Z \leftarrow S}_{q^{(1,0)}}}^{\mathcal{I}_{+}}$$

$$q^{(2,1)} = \mathcal{I}_{+}\{Z, q^{(1,0)}\}$$

$\leftarrow$: pressure radiated from source to edge

$\leftarrow$: pressure radiated from edge to edge

$\leftarrow$: pressure radiated from edge to exterior domain

➢ Toujours un problème 2D

Formulation en opérateurs (ordre 2 et plus)

$$\hat{p}^{(2)}_{\text{diffr}} = \mathcal{I}_{\text{ext}}\{q^{(1,0)}\}$$
$$\hat{p}^{(3)}_{\text{diffr}} = \mathcal{I}_{\text{ext}}\{\mathcal{I}_{+}\{q^{(1,0)}\}\}$$
$$\hat{p}^{(4)}_{\text{diffr}} = \mathcal{I}_{\text{ext}}\{\mathcal{I}_{+}(\mathcal{I}_{+}\{q^{(1,0)}\}\}\}$$

$$\hat{p}^{(n)}_{\text{diffr}} = \mathcal{I}_{\text{ext}}\{R, q^{(n-1,n-2)}\}$$

$$R \leftarrow \underbrace{Z \leftarrow Z \leftarrow Z}_{q^{(n-1,n-2)}} \leftarrow \cdots \leftarrow Z \leftarrow \overbrace{Z \leftarrow Z \leftarrow Z}^{\mathcal{I}_{+}} \leftarrow S$$

$$\underbrace{Z \leftarrow S}_{q^{(1,0)}}$$

$$q^{(2,1)} = \mathcal{I}_{+}\{Z, q^{(1,0)}\}$$

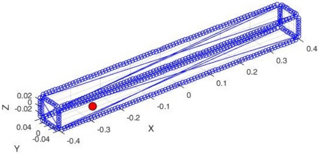
$\leftarrow$: pressure radiated from source to edge

$\leftarrow$: pressure radiated from edge to edge

$\leftarrow$: pressure radiated from edge to exterior domain

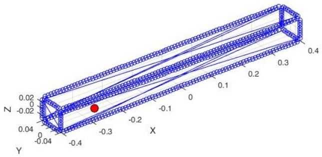
➢ $\mathcal{I}_{\text{ext}}$ Dépend fortement de R

Contributions



implémentation dans matlab

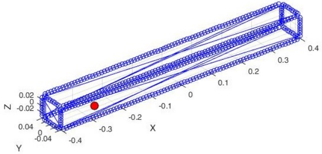
Contributions



implémentation dans matlab

- Théorie : interprétation de la formule de Svensson à l'aide de la méthode de Pierce.

Contributions



implémentation dans matlab

- Théorie : interprétation de la formule de Svensson à l'aide de la méthode de Pierce.
- Implémentation : duplication des résultats.

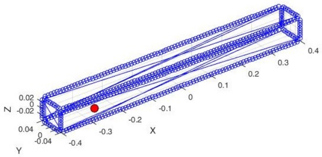
Notre implémentation:

$$\hat{p}^{(2)}_{\text{diffr}} = \mathcal{I}_{\text{ext}}\{q^{(1,0)}\}$$
$$\hat{p}^{(3)}_{\text{diffr}} = \mathcal{I}_{\text{ext}}\{\mathcal{I}_{+}\{q^{(1,0)}\}\}$$
$$\hat{p}^{(4)}_{\text{diffr}} = \mathcal{I}_{\text{ext}}\{\mathcal{I}_{+}(\mathcal{I}_{+}\{q^{(1,0)}\}\}\}$$

Implémentation de Svensson:

$$\hat{p}^{(2)}_{\text{diffr}} = \mathcal{I}_{\text{prop}}\{q^{(1,0)}\}$$
$$\hat{p}^{(3)}_{\text{diffr}} = \mathcal{I}_{\text{prop}}\{\mathcal{I}\{q^{(1,0)}\}\}$$
$$\hat{p}^{(4)}_{\text{diffr}} = \mathcal{I}_{\text{prop}}\{\mathcal{I}(\mathcal{I}\{q^{(1,0)}\}\}\}$$

Contributions

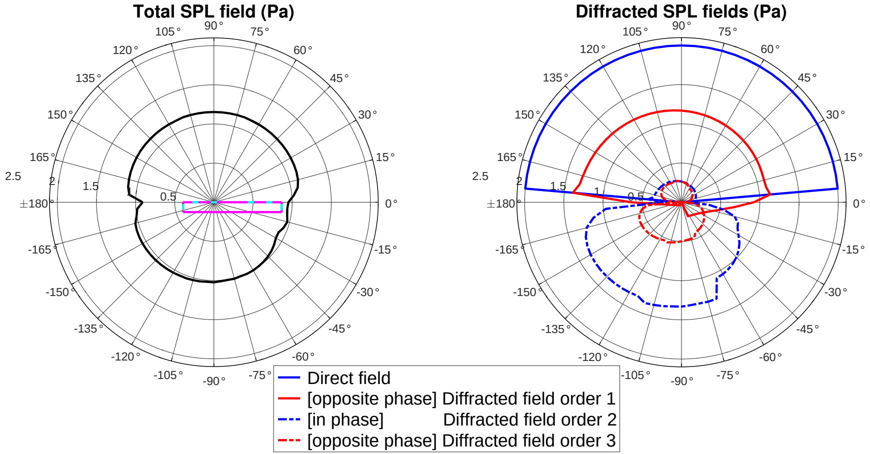


implémentation dans matlab

- Théorie : interprétation de la formule de Svensson à l'aide de la méthode de Pierce.
- Implémentation : duplication des résultats.
- Application : application aux enceintes rectangulaires.

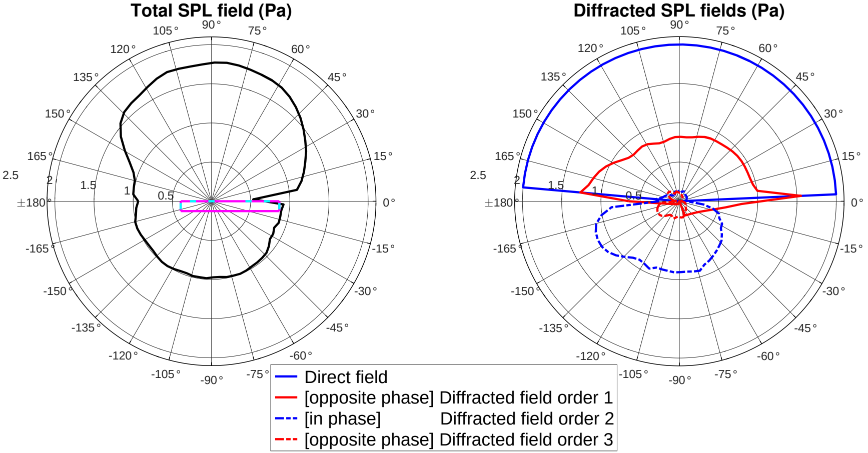
Exemple: décomposition d'un champ omnidirectionnel

HP #3, frequency close to 0 Hz



Exemple: décomposition d'un champ directionnel

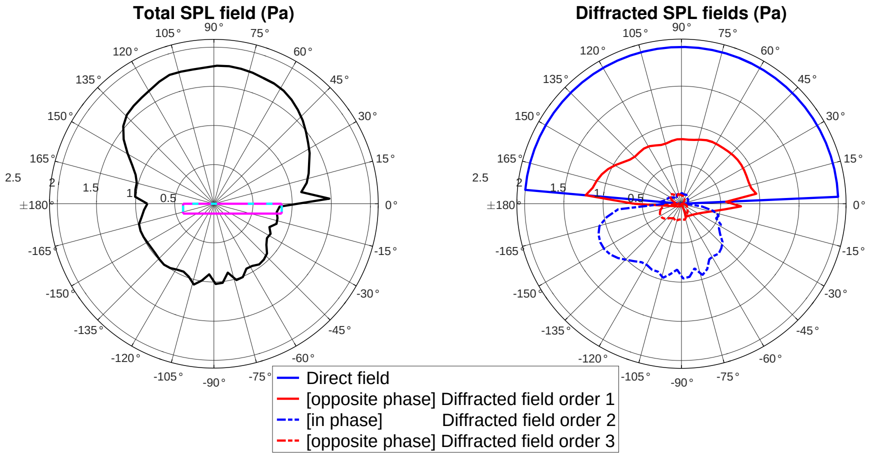
HP #3, frequency of 1100 Hz



60 éléments par longueur d'onde

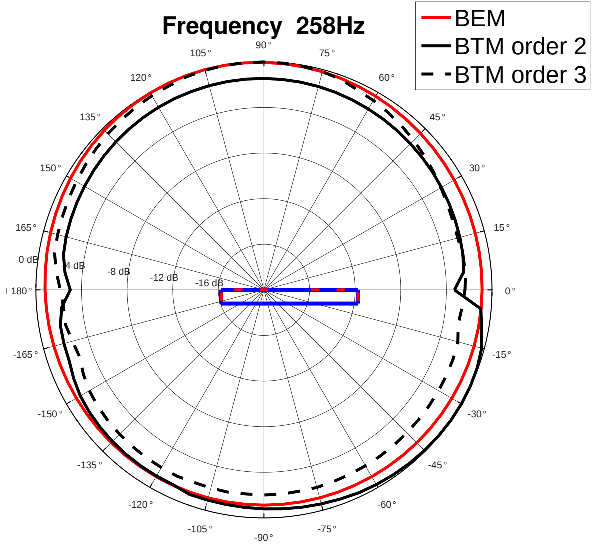
Exemple: décomposition d'un champ directionnel

HP #3, frequency of 1100 Hz

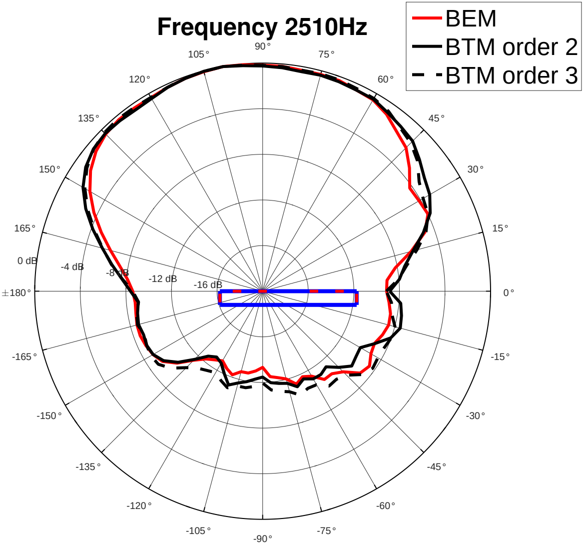


30 éléments par longueur d'onde

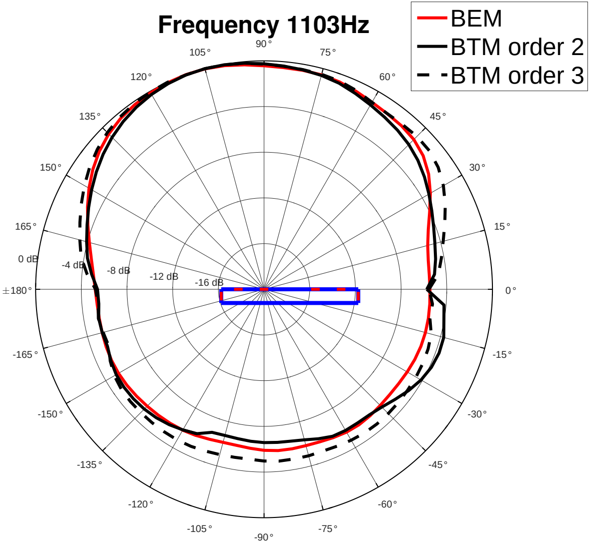
Résultats: directivité normalisée



Résultats: directivité normalisée



Résultats: directivité normalisée



Temps de calcul

N_R	Opérateurs	ESIE (1 kHz) 80 x 8 x 7	BEM (1 kHz) 26 x 5 x 5
$\forall N_R$	$\mathcal{I}$	3 s	
1	Order 0 + 1	$<$ 1 s	5 s
	$\mathcal{I}_{\text{prop}}$	$<$ 1 s	
72	Order 0 + 1	$<$ 1 s	5 s
	$\mathcal{I}_{\text{prop}}$	1 s	
2664	Order 0 + 1	1 s	10 s
	$\mathcal{I}_{\text{prop}}$	20 s	

Implémentation de Svensson

$$\hat{p}^{(2)}_{\text{diffr}} = \mathcal{I}_{\text{prop}}\{q^{(1,0)}\}$$
$$\hat{p}^{(3)}_{\text{diffr}} = \mathcal{I}_{\text{prop}}\{\mathcal{I}\{q^{(1,0)}\}\}$$
$$\hat{p}^{(4)}_{\text{diffr}} = \mathcal{I}_{\text{prop}}\{\mathcal{I}(\mathcal{I}\{q^{(1,0)}\}\}\}$$

Temps de calcul

N_R	Opérateurs	ESIE (3 kHz) 160 x 16 x 15	BEM (3 kHz) 140x14x13
$\forall N_R$	$\mathcal{I}$	30 s	
1	Order 0 + 1	< 1 s	60 s
	$\mathcal{I}_{\text{prop}}$	1 s	
72	Order 0 + 1	1 s	60 s
	$\mathcal{I}_{\text{prop}}$	2 s	
2664	Order 0 + 1	2 s	80 s
	$\mathcal{I}_{\text{prop}}$	60 s	

Implémentation de Svensson

$$\hat{p}^{(2)}_{\text{diffr}} = \mathcal{I}_{\text{prop}}\{q^{(1,0)}\}$$
$$\hat{p}^{(3)}_{\text{diffr}} = \mathcal{I}_{\text{prop}}\{\mathcal{I}\{q^{(1,0)}\}\}$$
$$\hat{p}^{(4)}_{\text{diffr}} = \mathcal{I}_{\text{prop}}\{\mathcal{I}(\mathcal{I}\{q^{(1,0)}\}\}\}$$

Résultats: position du lobe principal

script1.m
script4.m
script5.m

script6.m
script7.m
script8.m

Discussion sur le modèle de diffraction

Résumé

Modèle de diffraction

- Méthode valide pour calculer le son rayonné par une enceinte
- Particulièrement attractive en dessous de l'ordre 2

Implémentation

- Reproductibilité de la méthode de Svensson
- Comparaison avec le BEM

Perspectives

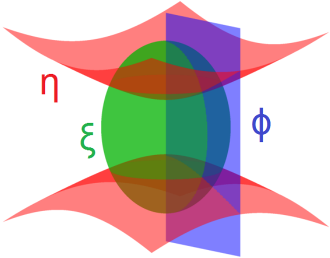
Travaux futur possibles

- Prédire le nombre d'éléments nécessaires par longueur d'onde pour obtenir une précision suffisante.
- Prédire l'ordre minimum nécessaire pour obtenir une précision suffisante.

Tables des matières

Modèle sphéroïdal: présentation

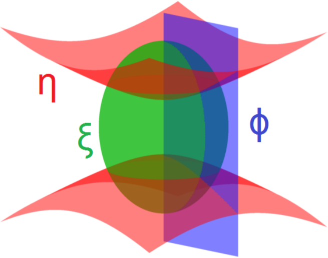
Coordonnées sphéroïdales oblongues



surfaces iso-coordonnées d'après Adelman

Modèle sphéroïdal: présentation

Coordonnées sphéroïdales oblongues



surfaces iso-coordonnées d'après Adelman

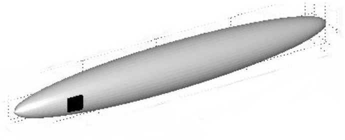
Équation de Helmholtz + excitation par un piston "carré"

$$p(\xi, \eta, \phi) \propto \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{l=m}^{\infty} I_{ml}(\xi, \eta, \phi) R_{ml}(\xi) S_{ml}(\eta) \mathrm{e}^{im\phi}$$

- R_{ml} et S_{ml} : fonctions d'onde sphéroïdales.
- m et l : ordre
- I : excitation par piston "carré"

Modèle sphéroïdal: présentation

enceinte sphéroïdale $\xi = \mathrm{Cte}$



piston "carré"
[Boisvert & Van Buren, 2002]

Équation de Helmholtz + excitation par un piston "carré"

$$p(\xi,\eta,\phi) \propto \sum_{m=0}^{\infty}\sum_{l=m}^{\infty} I_{ml}(\xi,\eta,\phi) R_{ml}(\xi) S_{ml}(\eta) \mathrm{e}^{im\phi}$$

- R_{ml} et S_{ml} : fonctions d'onde sphéroïdales.
- m et l : ordre
- I : excitation par piston <u>"carré"</u>

Modèle sphéroïdal: Expressions des fonctions d'onde sphéroïdales

[Flammer, 1957]

Exemple avec R_{ml} : [Van Buren & Boisvert, 2007]

$$R_{ml}^{(2)}(c,\xi) = \frac{(-1)^{(l-m)/2}(2m+1)}{2^{m+1}m!\,d_0(c|ml)}$$
$$\times \int_{-1}^{+1} \left[\frac{(\xi^2-1)(1-\eta^2)}{(\xi^2+\eta^2-1)}\right]^{m/2} y_m[c(\xi^2+\eta^2-1)^{1/2}]\underline{S_{ml}^{(1)}}(c,\eta)d\eta, \quad l-m \text{ eve}$$

$$R_{ml}^{(2)}(c,\xi) = \frac{(-1)^{(l-m-1)/2}(2m+3)}{2^{m+1}m!\,d_1(c|ml)}$$
$$\times \int_{-1}^{+1} \frac{[(\xi^2-1)(1-\eta^2)]^{m/2}}{(\xi^2+\eta^2-1)^{(m+1)/2}}\xi\eta y_{m+1}[c(\xi^2+\eta^2-1)^{1/2}]\underline{S_{ml}^{(1)}}(c,\eta)d\eta, \quad l-m \text{ odd.}$$

Modèle sphéroïdal: Expressions des fonctions d'onde sphéroïdales

[Flammer, 1957]

Exemple avec R_{ml} : [Van Buren & Boisvert, 2007]

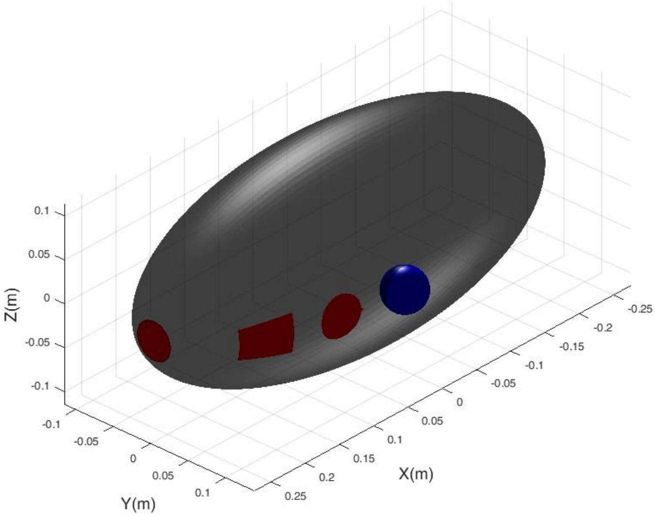
$$R_{ml}^{(2)}(c,\xi) = \frac{(-1)^{(l-m)/2}(2m+1)}{2^{m+1}m!\,d_0(c|ml)} \times \int_{-1}^{+1} \left[\frac{(\xi^2-1)(1-\eta^2)}{(\xi^2+\eta^2-1)}\right]^{m/2} y_m[c(\xi^2+\eta^2-1)^{1/2}]\underline{S_{ml}^{(1)}}(c,\eta)d\eta, \quad l-m \text{ eve}$$

$$R_{ml}^{(2)}(c,\xi) = \frac{(-1)^{(l-m-1)/2}(2m+3)}{2^{m+1}m!\,d_1(c|ml)} \times \int_{-1}^{+1} \frac{[(\xi^2-1)(1-\eta^2)]^{m/2}}{(\xi^2+\eta^2-1)^{(m+1)/2}}\xi\eta y_{m+1}[c(\xi^2+\eta^2-1)^{1/2}]\underline{S_{ml}^{(1)}}(c,\eta)d\eta, \quad l-m \text{ odd.}$$

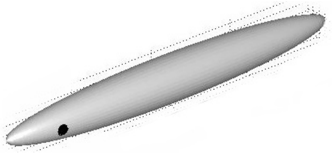
➢ Très complexes, propriétés inexploitables

Modèle sphéroïdal: méthode pour obtenir un piston circulaire

Intersection entre sphéroïde et boule



Modèle sphéroïdal: Troncature



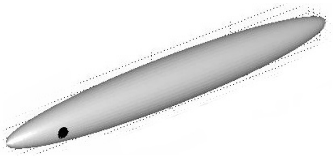
piston circulaire

Équation de Helmholtz
+ excitation par un piston circulaire

$$p(\xi,\eta,\phi) \propto \sum_{m=0}^{\infty}\sum_{l=m}^{\infty} J_{ml}(\xi,\eta,\phi) R_{ml}(\xi) S_{ml}(\eta) \mathrm{e}^{im\phi}$$

- R_{ml} et S_{ml} : fonctions d'onde sphéroïdales.
- m et l : ordre
- J_{ml} : excitation par piston circulaire

Modèle sphéroïdal: Troncature



piston circulaire

Troncature

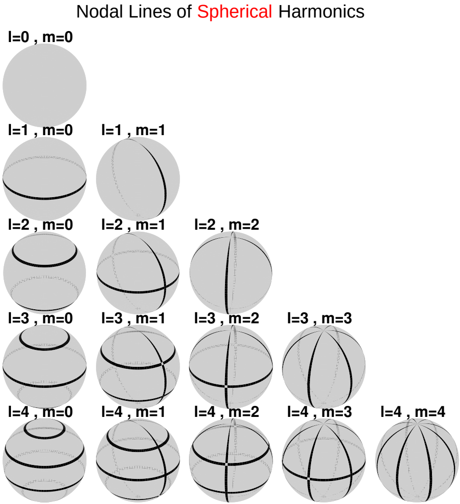
- Ordre de troncature M, L ?

Équation de Helmholtz + excitation par un piston circulaire

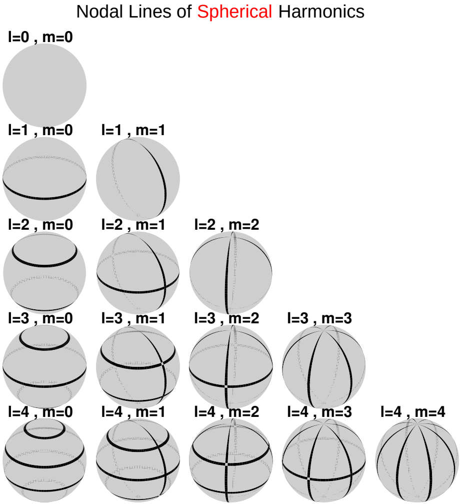
$$p(\xi,\eta,\phi) \propto \sum_{m=0}^{M} \sum_{l=m}^{L} J_{ml}(\xi,\eta,\phi) R_{ml}(\xi) S_{ml}(\eta) \mathrm{e}^{im\phi}$$

- R_{ml} et S_{ml} : fonctions d'onde sphéroïdales.
- m et l : ordre
- J_{ml} : excitation par piston circulaire

Modèle sphérique: critère de troncature classique



Modèle sphérique: critère de troncature classique

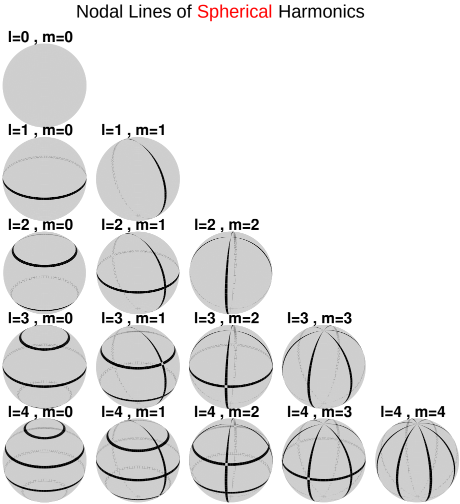


Expressions :

$$p \propto \sum_{l=0}^{L} \sum_{m=-l}^{l} I_{ml}$$

$$h_l(r) P_{\mathrm{ml}}(\cos\theta) \mathrm{e}^{im\phi}$$

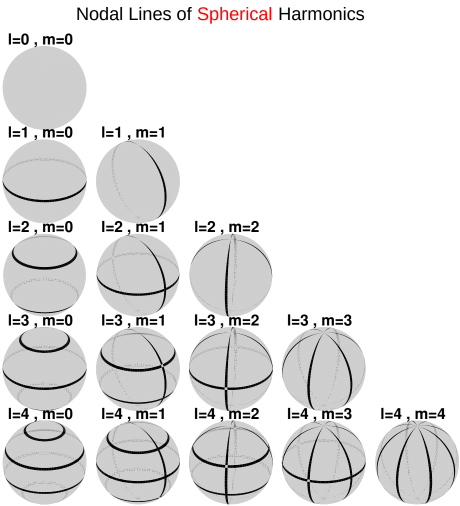
Modèle sphérique: critère de troncature classique



Expression:

$$p \propto \sum_{l=0}^{L} \sum_{m=-l}^{l} I_{ml} \, h_l(r) Y_{ml}(\theta, \phi)$$

Modèle sphérique: critère de troncature classique



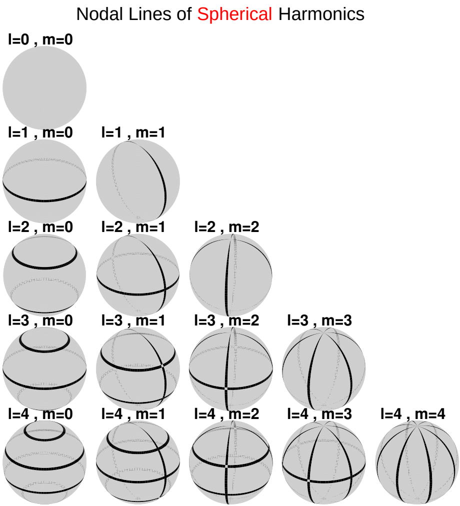
Expression:

$$p \propto \sum_{l=0}^{L} \sum_{m=-l}^{l} I_{ml} \, h_l(r) Y_{ml}(\theta, \phi)$$

L : nombre de lignes nodales

Comparaison : distance moyenne lignes nodales & longueur d'onde

Modèle sphérique: critère de troncature classique



Expression:

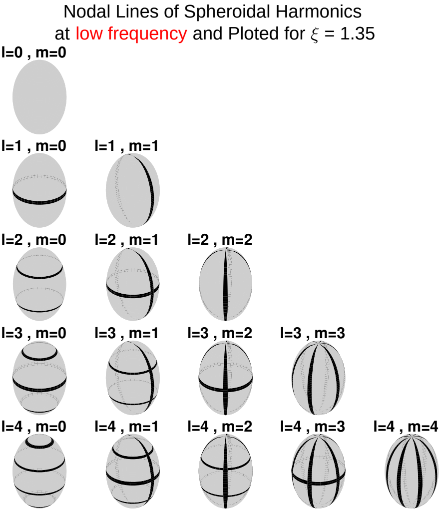
$$p \propto \sum_{l=0}^{L} \sum_{m=-l}^{l} I_{ml} \, h_l(r) Y_{ml}(\theta, \phi)$$

L : nombre de lignes nodales

Comparaison : distance moyenne lignes nodales & longueur d'onde

➢Court-circuits acoustiques pour $L > kr$

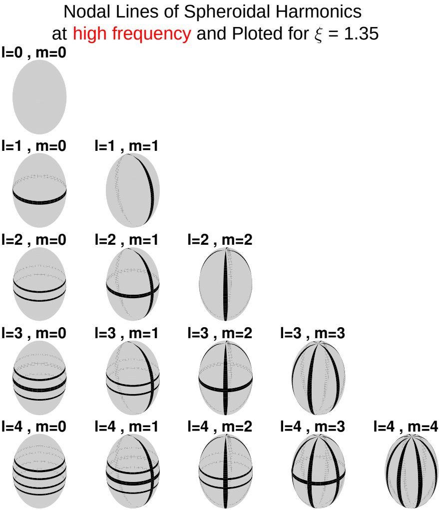
Modèle sphéroïdal: critère de troncature



Expressions :

$$p \propto \sum_{m=0}^{M} \sum_{l=m}^{L} J_{ml} R_{ml}(k, \xi) S_{\mathrm{ml}}(\eta, k) \mathrm{e}^{im\phi}$$

Modèle sphéroïdal: critère de troncature

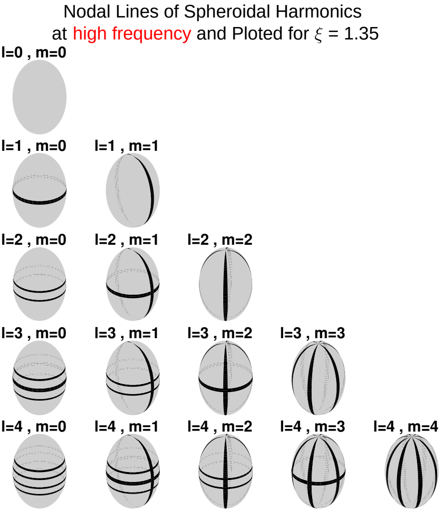


Expression:

$$p \propto \sum_{m=0}^{M} \sum_{l=m}^{L} J_{ml}$$

$$R_{ml}(k, \xi) X_{ml}(k, \theta, \phi)$$

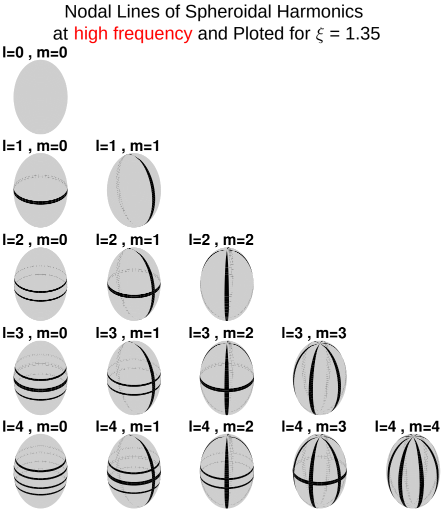
Modèle sphéroïdal: critère de troncature



Expression:

$$p \propto \sum_{m=0}^{M} \sum_{l=m}^{L} J_{ml} R_{ml}(k, \xi) X_{ml}(k, \theta, \phi)$$

Modèle sphéroïdal: critère de troncature



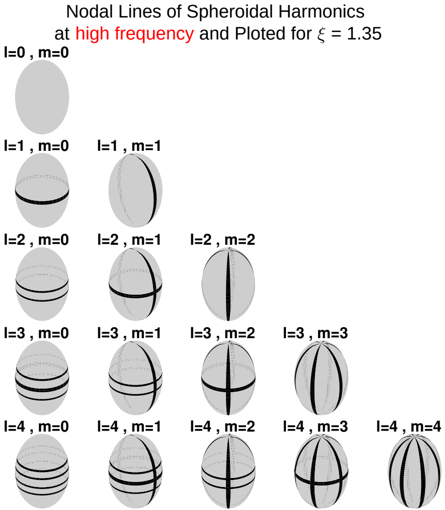
Expression:

$$p \propto \sum_{m=0}^{M} \sum_{l=m}^{L} J_{ml} R_{ml}(k, \xi) X_{ml}(k, \theta, \phi)$$

L : nb de lignes nodales
L-M : nb lignes horizontales
M : nb de lignes verticales

Comparaison : distance moyenne lignes nodales & longueur d'onde

Modèle sphéroïdal: critère de troncature



L : nb de lignes nodales
L-M : nb lignes horizontales
M : nb de lignes verticales

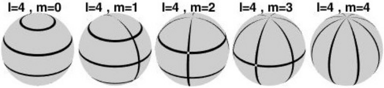
Comparaison : distance moyenne lignes nodales & longueur d'onde

➢Court-circuits acoustiques pour

$$\begin{cases} M > kb \\ M - L > k\dfrac{a+b}{2} \end{cases}$$

Critère de troncature: comparaison critère sphérique & sphéroïdal

Sphérique



Harmoniques :

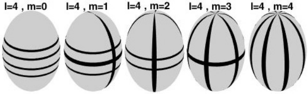
$$Y_{ml}(\theta, \phi) = P_{\mathrm{ml}}(\cos\theta)\mathrm{e}^{im\phi}$$

Critère :

$$L > kr + \epsilon$$

où r est le rayon de la sphère

Sphéroïdal



Harmoniques :

$$X_{ml}(k, \eta, \phi) = S_{\mathrm{ml}}(\eta, k)\mathrm{e}^{im\phi}$$

Critère :

$$\begin{cases} M > kb + \epsilon_b \\ M - L > k\dfrac{a+b}{2} + \epsilon_a \end{cases}$$

où a et b sont le grand et petit demi-axe

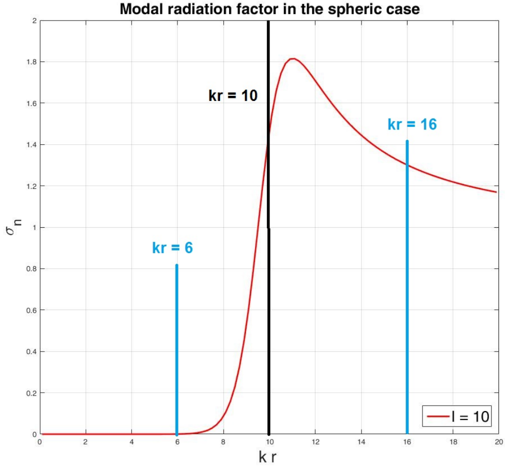
Critère de troncature: vérification par facteur de rayonnement

Critère Sphérique :

$$kr < L$$

Critère Sphéroïdal :

$$\begin{cases} kb < M \\ kb < 2(M - L) - ka \end{cases}$$



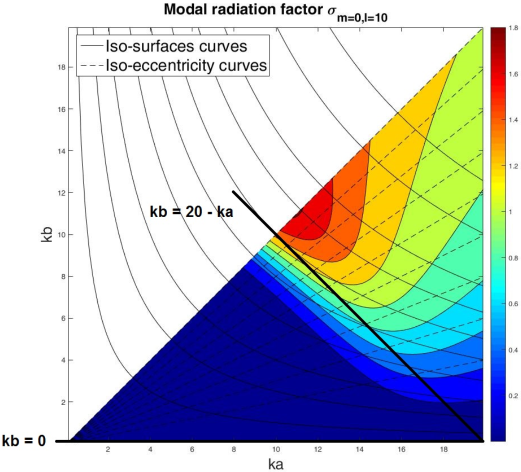
Critère de troncature: vérification par facteur de rayonnement

Critère Sphérique :

$$kr < L$$

Critère Sphéroïdal :

$$\begin{cases} kb < M \\ kb < 2(M-L) - ka \end{cases}$$



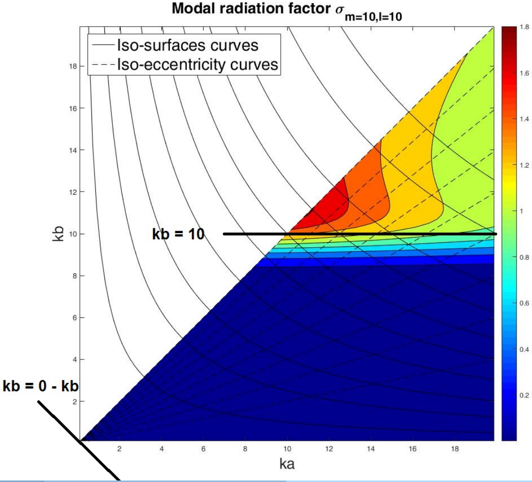
Critère de troncature: vérification par facteur de rayonnement

Critère SPHÉRIQUE :

$$kr < L$$

Critère SPHÉROÏDAL :

$$\begin{cases} kb < M \\ kb < 2(M-L) - ka \end{cases}$$



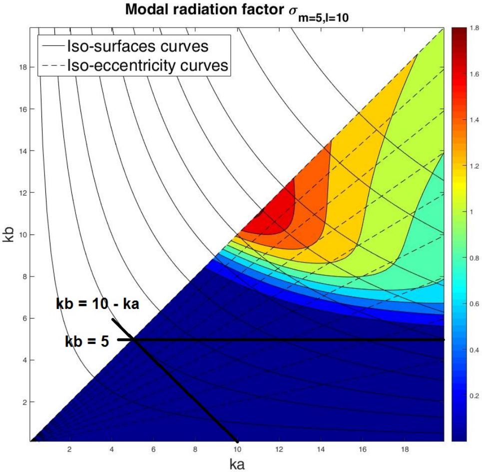
Critère de troncature: vérification par facteur de rayonnement

Critère Sphérique :

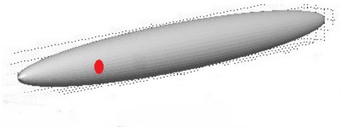
$$kr < L$$

Critère Sphéroïdal :

$$\begin{cases} kb < M \\ kb < 2(M - L) - ka \end{cases}$$



Modèle sphéroïdal: optimisation du sphéroïde



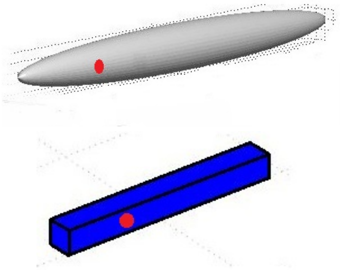
Équation de Helmholtz
+ excitation par un piston circulaire

Solution :
[Boisvert & Van Buren, 2002]

$$p(\xi, \eta, \phi) \propto \sum_{m=0}^{M} \sum_{l=m}^{L} J_{ml}(\xi, \eta, \phi) R_{ml}(\xi) S_{ml}(\eta)$$

- R et S : fonctions d'onde sphéroïdales
- m et l : ordre
- J : excitation par piston circulaire

Modèle sphéroïdal: optimisation du sphéroïde



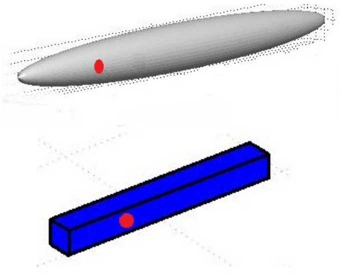
Équation de Helmholtz + excitation par un piston circulaire

Solution :
[Boisvert & Van Buren, 2002]

$$p(\xi,\eta,\phi) \propto \sum_{m=0}^{M} \sum_{l=m}^{L} J_{ml}(\xi,\eta,\phi) R_{ml}(\xi) S_{ml}(\eta)$$

- R et S : fonctions d'onde sphéroïdales
- m et l : ordre
- J : excitation par piston circulaire

Modèle sphéroïdal: optimisation du sphéroïde



?

Équation de Helmholtz + excitation par un piston circulaire

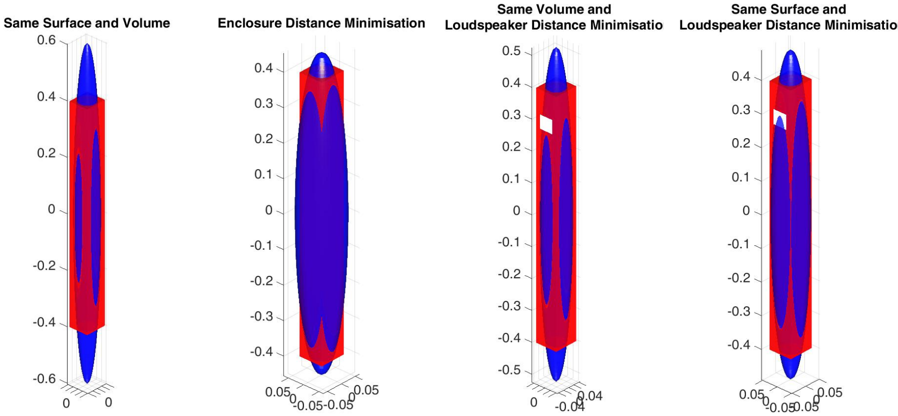
Solution :
[Boisvert & Van Buren, 2002]

$$p(\xi,\eta,\phi) \propto \sum_{m=0}^{M} \sum_{l=m}^{L} J_{ml}(\xi,\eta,\phi) R_{ml}(\xi) S_{ml}(\eta)$$

- R et S : fonctions d'onde sphéroïdales
- m et l : ordre
- J : excitation par piston circulaire

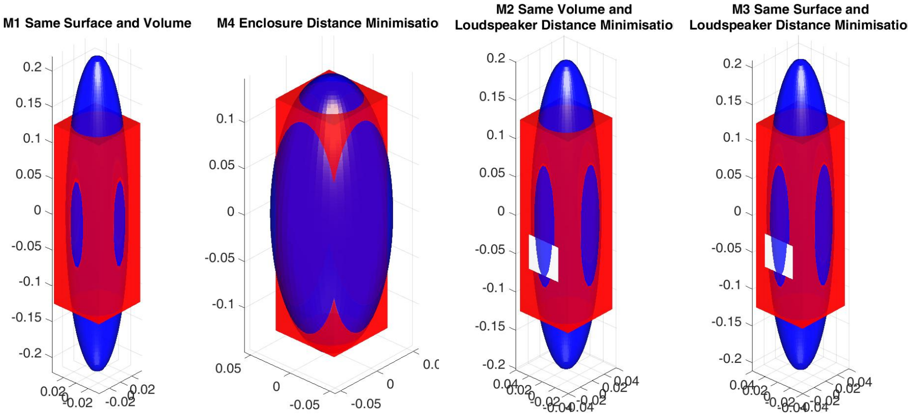
Modèle sphéroïdal: optimisation du sphéroïde

Différentes formes testées



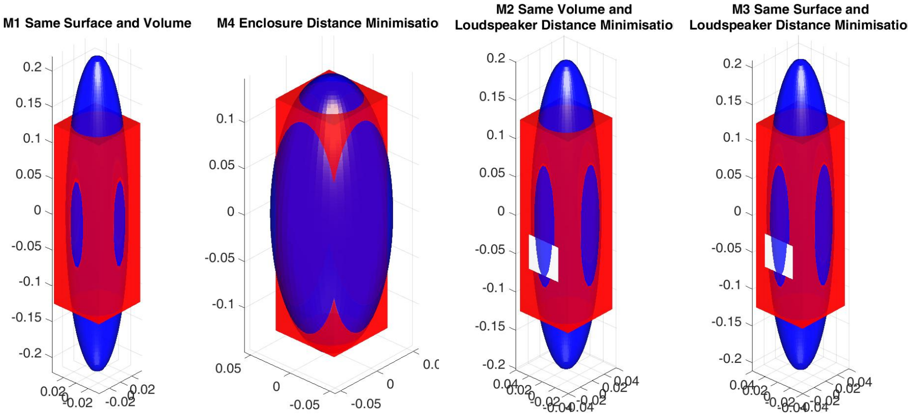
Modèle sphéroïdal: optimisation du sphéroïde

Différentes formes testées



Modèle sphéroïdal: optimisation du sphéroïde

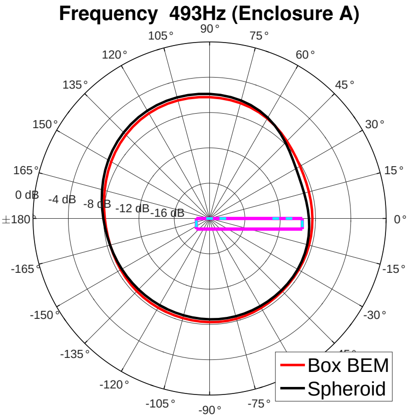
Différentes formes testées

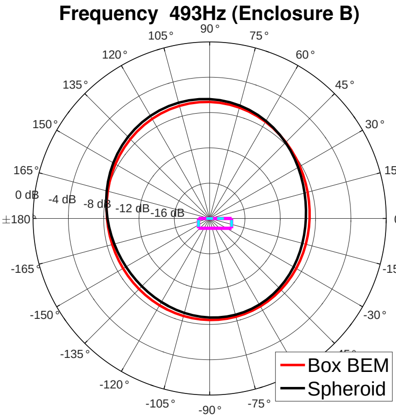


➢ Résultats similaires

Résultats: directivité

HP#2

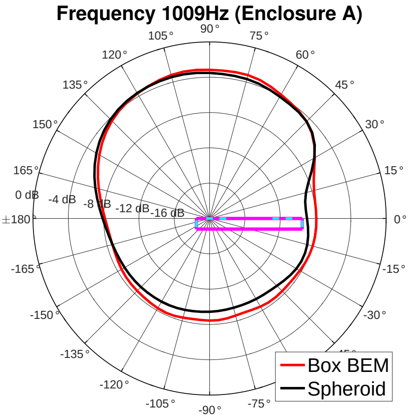


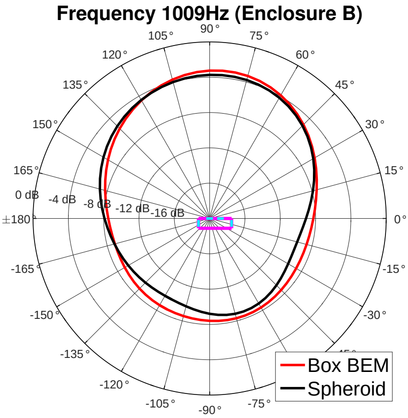


✓

Résultats: directivité

HP#2

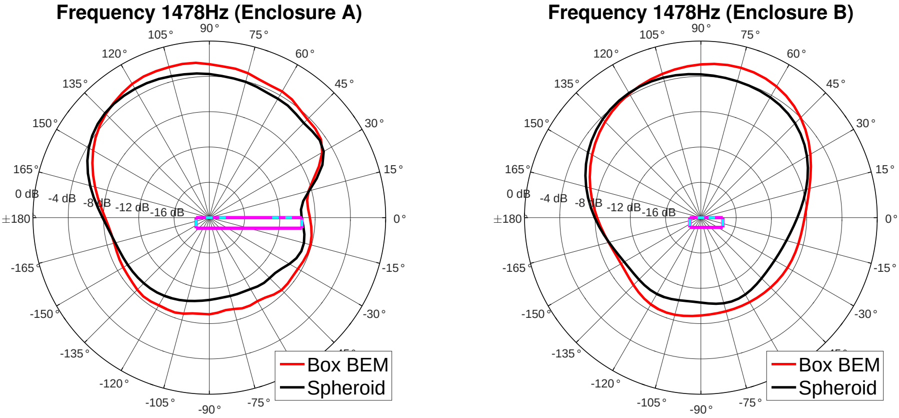




✓

Résultats: directivité

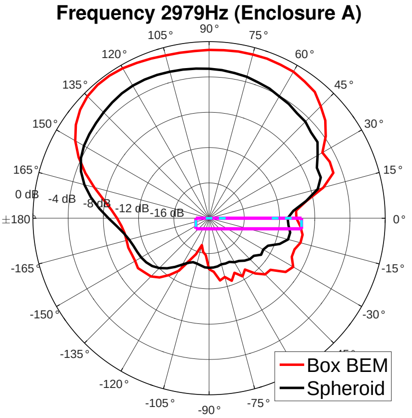
HP#2

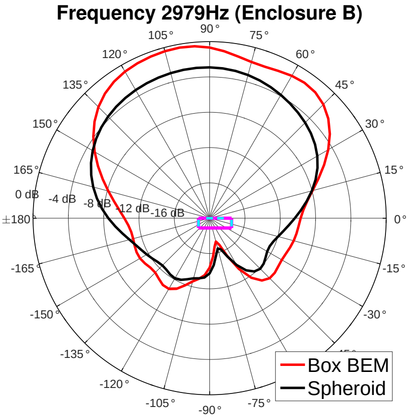


✗

Résultats: directivité

HP#2

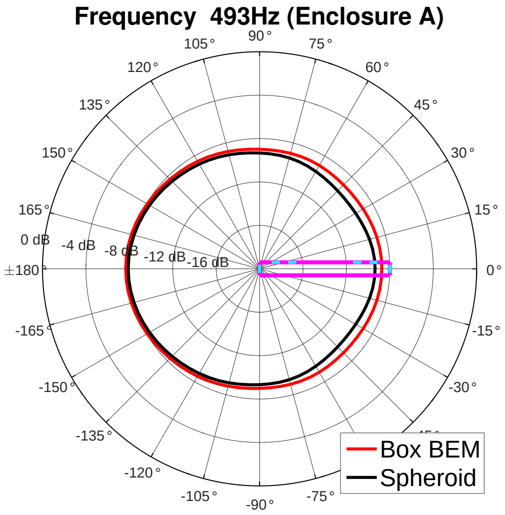




✗ 3 dB manquant sur le lobe principal

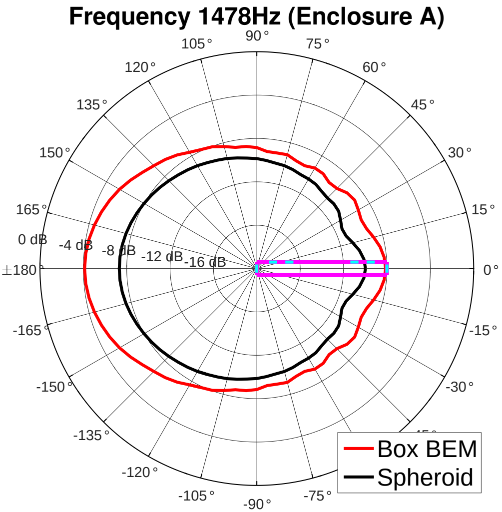
Résultats: directivité

HP#1



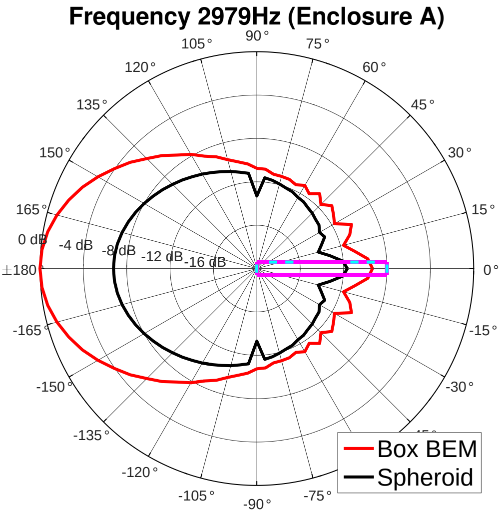
Résultats: directivité

HP#1



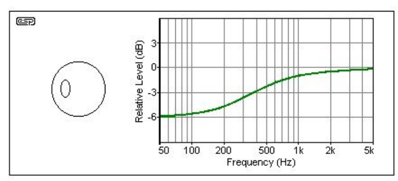
Résultats: directivité

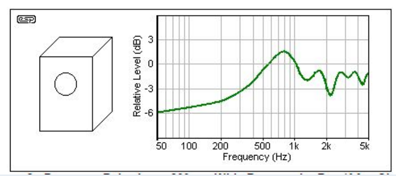
HP#1

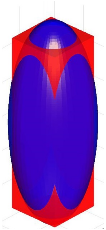


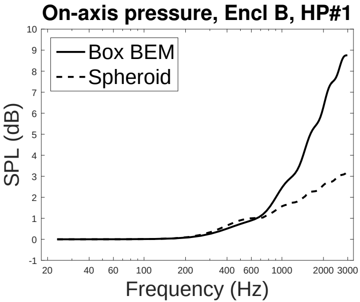
Discussion: réponse en fréquence dans l'axe

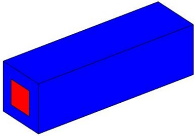
Baffle Step Response [Olson, 1950]



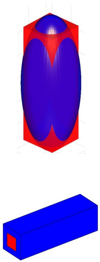


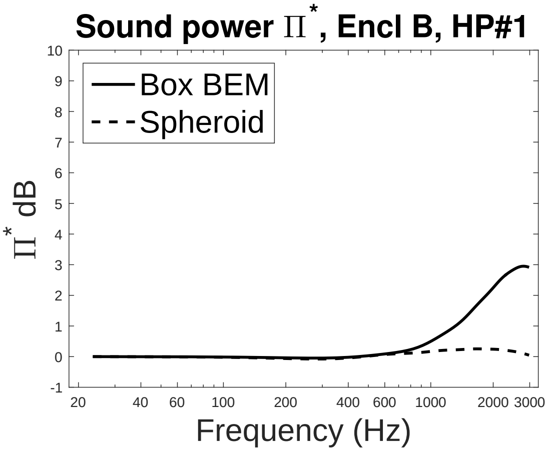






Discussion: puissance rayonnée

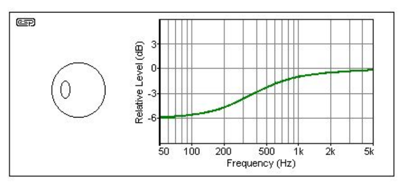


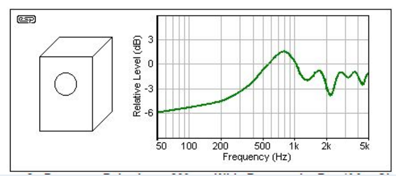


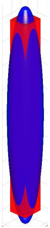
Forme d'une source omnidirectionnelle

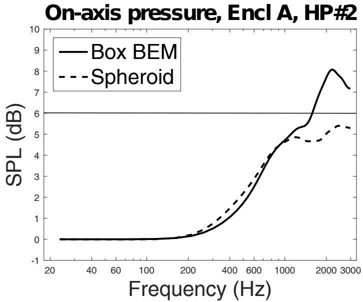
Discussion: réponse en fréquence dans l'axe

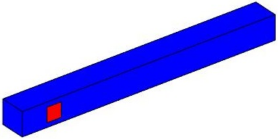
Baffle Step Response [Olson, 1950]





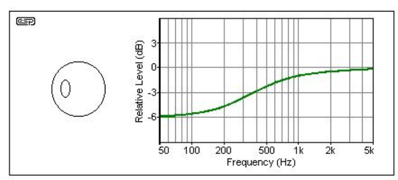


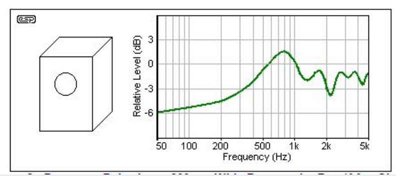


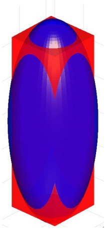


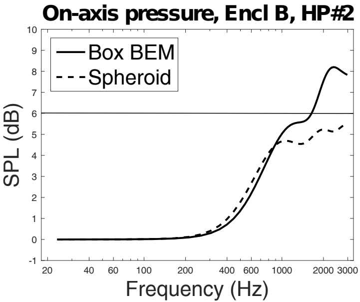
Discussion: réponse en fréquence dans l'axe

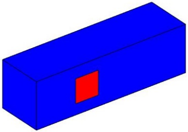
Baffle Step Response [Olson, 1950]



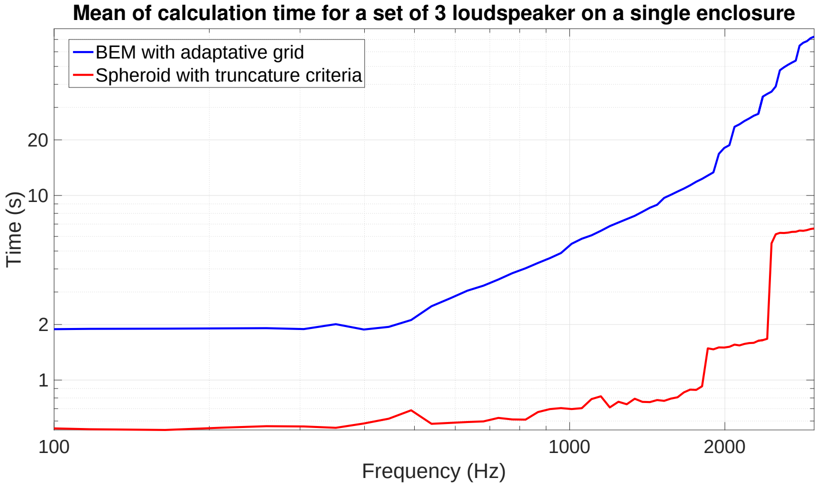








Temps de calcul



Discussion sur le modèle sphéroïdal

Résumés

Modèle sphéroïdal [200 Hz, 3 kHz]

- Le modèle sphéroïdal est proche du BEM en basse fréquence
- Le modèle sphéroïdal est plus rapide à calculer

Perspectives

Discussion sur le modèle sphéroïdal

Résumés

Modèle sphéroïdal [200 Hz, 3 kHz]

- Le modèle sphéroïdal est proche du BEM en basse fréquence
- Le modèle sphéroïdal est plus rapide à calculer

Remarques pour le design des enceintes

- Les enceintes sphéroïdales produisent des directivités moins chaotiques que les enceintes rectangulaires.

Perspectives

Discussion sur le modèle sphéroïdal

Résumés

Modèle sphéroïdal [200 Hz, 3 kHz]

- Le modèle sphéroïdal est proche du BEM en basse fréquence
- Le modèle sphéroïdal est plus rapide à calculer

Remarques pour le design des enceintes

- Les enceintes sphéroïdales produisent des directivités moins chaotiques que les enceintes rectangulaires.

Perspectives

Travaux futurs possibles :

- Utiliser les directivités analytiques pour contrôler le rayonnement.
- Peut-on prédire la gamme de fréquence pour laquelle le modèle sphéroïdal est valide ?

Tables des matières

Résumé

Influence de la forme d'une barre de son sur le rayonnement

Modèle sphéroïdal

- Une forme arrondie un rayonnement plus régulier

Exploitation des méthodes

Résumé

Influence de la forme d'une barre de son sur le rayonnement

Modèle sphéroïdal

- Une forme arrondie un rayonnement plus régulier

Modèle de diffraction

- La diffraction par les arêtes peut être responsable d'une variation de 3 dB
- La diffraction affecte la directivité des enceintes rectangulaires de manière contre-intuitive

Exploitation des méthodes

Résumé

Influence de la forme d'une barre de son sur le rayonnement

Modèle sphéroïdal

- Une forme arrondie un rayonnement plus régulier

Modèle de diffraction

- La diffraction par les arêtes peut être responsable d'une variation de 3 dB
- La diffraction affecte la directivité des enceintes rectangulaires de manière contre-intuitive

Exploitation des méthodes

Modèle sphéroïdal

- Possibilité de capsule circulaire (par forcément "piston")
- Établissement d'un critère de troncature aussi puissant qu'en sphérique

Résumé

Influence de la forme d'une barre de son sur le rayonnement

Modèle sphéroïdal

- Une forme arrondie un rayonnement plus régulier

Modèle de diffraction

- La diffraction par les arêtes peut être responsable d'une variation de 3 dB
- La diffraction affecte la directivité des enceintes rectangulaires de manière contre-intuitive

Exploitation des méthodes

Modèle sphéroïdal

- Possibilité de capsule circulaire (par forcément "piston")
- Établissement d'un critère de troncature aussi puissant qu'en sphérique

Modèle de diffraction

- Explication des phénomènes observés sur les mesures de directivité d'enceinte
- Duplications des résultats
- Mise en évidence de paramètres importants pour le calcul

Perspectives

Applicatives

Design des barres de son

- À quel point arrondir les arêtes est-il suffisant ?
- Influence de l'environnement (table, TV, mur, ...) ?

Fondamentales

Perspectives

Applicatives

Design des barres de son

- À quel point arrondir les arêtes est-il suffisant ?
- Influence de l'environnement (table, TV, mur, ...) ?

Contrôle des barres de son

- Est-ce possible de contrôler avec les harmoniques sphéroïdales ?

Fondamentales

Perspectives

Applicatives

Design des barres de son

- À quel point arrondir les arêtes est-il suffisant ?
- Influence de l'environnement (table, TV, mur, ...) ?

Contrôle des barres de son

- Est-ce possible de contrôler avec les harmoniques sphéroïdales ?

Fondamentales

Forme d'un obstacle en acoustique

- Quand est-ce que deux objets de formes proches ont un rayonnement similaire ?
- Ondes rampantes et diffraction, réunification ?

Remerciements

Merci pour votre attention

Asheim, Andreas, & Svensson, U. Peter. 2013.
An integral equation formulation for the diffraction from convex plates and polyhedra.
Journal of Acoustical Society of America, **133**(6), 3681–3692.

Boisvert, Jeffrey E, & Van Buren, A. L. 2002.
Acoustic radiation impedance of rectangular pistons on prolate spheroids.
The Journal of the Acoustical Society of America, **111**(2), 867–874.

Flammer, C. 1957.
Spheroidal Wave Functions.
Monograph.
Stanford University Press.

Olson, Harry F. 1950.
Direct Radiatior Loudspeaker Enclosures.
Journal of Audio Engineering Society, October.

Van Buren, Arnie L, & Boisvert, Jeffrey E. 2007.
Accurate calculation of the modified Mathieu Functions of integer order.
Quarterly of applied mathematics, **LXV**(1), 1–23.